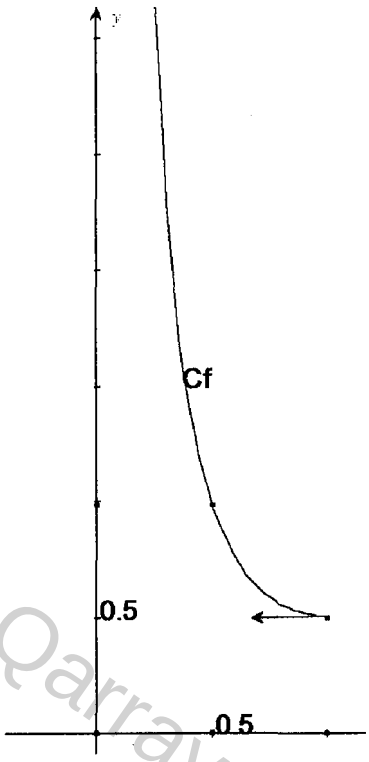


2) a) $f(x) = x \Leftrightarrow f(x) - x = 0$

On pose : $g(x) = f(x) - x$ alors $g'(x) = f'(x) - 1 < 0$ car $f'(x) \leq 0$

* g est continue et strictement décroissante sur ]0 , 1] ,

elle réalise donc une bijection de ]0 , 1 ] sur $g(]0 , 1]) = [ -\frac{1}{2}, +\infty[$

comme $0 \in g(]0 , 1])$ alors il existe un unique réel $x_0 \in ]0 , 1]$ tel que $g(x_0) = 0$

par suite l'équation $f(x) = x$ admet $x_0$ comme unique solution dans ]0 , 1]

$f(\frac{2}{3}) = \frac{2}{3}$ d'où : $x_0 = \frac{2}{3}$

3) a) f est continue et strictement décroissante sur ]0 , 1] ,

Donc f est une bijection de ]0 , 1 ] sur $f(]0 , 1]) = [ f(1), \lim_{x \to 0^+} f[ = [\frac{1}{2}, +\infty[$

b) $f'_g(1) = 0 \Rightarrow (\mathcal{C}_f)$ admet une demi-tangente horizontale au point d'abscisse 1

d'où : $(\mathcal{C}_{f^{-1}})$ admet une demi-tangente verticale au point d'abscisse $f(1) = \frac{1}{2}$

D'où : $f^{-1}$ n'est pas dérivable à droite en $\frac{1}{2}$

Qarray.tn-Adra Blech- Qarray.tn